



## **ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ ΕΡΕΥΝΑΣ ΜΕ ΤΗ ΧΡΗΣΗ Η/Υ**

(3<sup>ο</sup> Φυλλάδιο)

**ΙΩΑΝΝΗΣ ΝΤΖΟΥΦΡΑΣ**

(C) 2002 ΧΙΟΣ

### **ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ**

Παράδειγμα 8: Πρόβλημα ελαχίστης Διαδρομής (Shortest path problem) .....	4
LINDO: Integer Linear Programming analysis.....	4
Διατύπωση Μοντέλου .....	4
Αποτελέσματα γραμμικού Προγραμματισμού.....	4
WINQSB: Network – shortest path analysis.....	5
Αρχικός Πίνακας Δικτύου ελαχίστης Διαδρομής .....	5
Επιλογή Αρχικού και Τελικού Κόμβου .....	5
Πίνακας Αποτελεσμάτων .....	6
WINQSB: Dynamic Programming – shortest path analysis .....	6
Αρχικός Πίνακας Δικτύου ελαχίστης Διαδρομής .....	6
Περίληπτικός Πίνακας Αποτελεσμάτων .....	6
Αναλυτικός Πίνακας Αποτελεσμάτων .....	6
Παράδειγμα 9: Πρόβλημα ελαχίστης Διαδρομής II (AMS σελ 239).....	7
WINQSB: Network – shortest path analysis.....	7
Δημιουργία Νέου Δικτύου Προβλήματος Ελαχίστης Διαδρομής με Συμμετρικές Διαδρομές.....	7
Καθορισμός Ονομάτων των Κόμβων .....	7
Αρχικός Πίνακας Δικτύου ελαχίστης Διαδρομής .....	8
Πίνακας Αποτελεσμάτων Προβλήματος Ελαχίστης Διαδρομής (Ανάλυση Δικτύων).....	9
Πίνακας Αποτελεσμάτων Προβλήματος Ελαχίστης Διαδρομής (Ανάλυση Δυναμικού Προγραμματισμού).....	10
Παράδειγμα 10: Πρόβλημα Παραγωγής Αποθεμάτων (Production & Inventory Problem) .....	11
WINQSB: Dynamic Programming .....	11
Αρχικός Πίνακας Προβλήματος.....	11
Περίληπτικός Πίνακας Αποτελεσμάτων .....	11
Αναλυτικός Πίνακας Αποτελεσμάτων .....	12
Παραλλαγή Προβλήματος.....	12
Περίληπτικός Πίνακας Αποτελεσμάτων για την παραλλαγή του αρχικού προβλήματος .....	12

Παράδειγμα 11: Πρόβλημα Κατανομής Πόρων (Resource Allocation Problem) .....	13
WINQSB: network – Shortest Path Analysis.....	13
Αρχικός Πίνακας Προβλήματος.....	13
Πίνακας Αποτελεσμάτων .....	13
Παράδειγμα 12: Πρόβλημα Σακιδίου (Knapsack Problem) .....	14
WINQSB: Integer Linear Problem Analysis.....	14
Αρχικός Πίνακας Προβλήματος.....	14
Πίνακας Αποτελεσμάτων .....	14
WINQSB: Dynamic Programming Analysis .....	14
Αρχικός Πίνακας Προβλήματος.....	14

**Παράδειγμα 8: Πρόβλημα ελαχίστης Διαδρομής (Shortest path problem)**

**LINDO: Integer Linear Programming analysis**

**Διατύπωση Μοντέλου**

```

min 9x12+8x13 +7x24 +9x25 +6x26 +8x35 +11x36 +6x47 +9x48 +12x57 +8x58
    +5x59 +10x67 +7x68 +4x69 +12x710 +10x810 +8x910
st
x12+x13 =1
x24+x25+x26-x12 =0
x35+x36 -x13 =0
x47+x48 -x24 =0
x57+x58+x59-x25-x35=0
x67+x68+x69-x26-x36=0
x710 -x47-x57-x67 =0
x810 -x48-x58-x68 =0
x910 -x59-x69 =0
x710+x810+x910 =1
end
gin x12 x13 x24 x25 x26 x35 x36 x47 x48 x57 x58 x59 x67 x68 x69 x710
x810 x910;
```

**Αποτελέσματα γραμμικού Προγραμματισμού**

```

LP OPTIMUM FOUND AT STEP      4
OBJECTIVE VALUE = 27.0000000
NEW INTEGER SOLUTION OF 27.0000000 AT BRANCH      0 PIVOT      4
BOUND ON OPTIMUM: 27.00000
ENUMERATION COMPLETE. BRANCHES=      0 PIVOTS=      4
```

LAST INTEGER SOLUTION IS THE BEST FOUND  
 RE-INSTALLING BEST SOLUTION...

OBJECTIVE FUNCTION VALUE		
1)	27.00000	
VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X12	1.000000	9.000000
X13	0.000000	0.000000
X24	0.000000	0.000000
X25	0.000000	4.000000
X26	1.000000	0.000000
X35	0.000000	11.000000
X36	0.000000	13.000000
X47	0.000000	7.000000
X48	0.000000	8.000000
X57	0.000000	11.000000
X58	0.000000	5.000000
X59	0.000000	0.000000
X67	0.000000	10.000000
X68	0.000000	5.000000
X69	1.000000	0.000000
X710	0.000000	0.000000
X810	0.000000	0.000000
X910	1.000000	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
2)	0.000000	0.000000
3)	0.000000	0.000000
4)	0.000000	8.000000
5)	0.000000	7.000000
6)	0.000000	5.000000
7)	0.000000	6.000000
8)	0.000000	6.000000
9)	0.000000	8.000000
10)	0.000000	10.000000
11)	0.000000	-18.000000

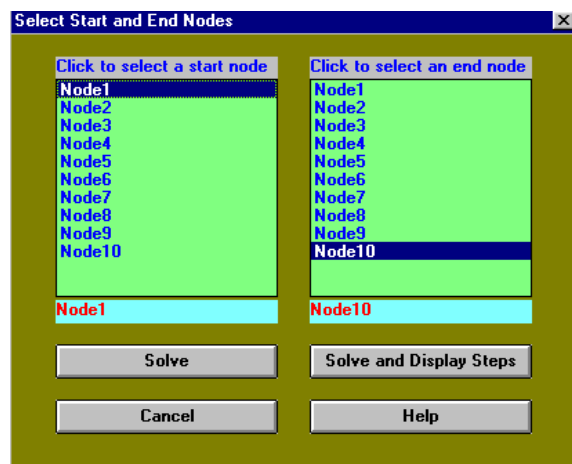
NO. ITERATIONS= 4  
 BRANCHES= 0 DETERM.= 1.000E 0

**WINQSB: Network – shortest path analysis**

**Αρχικός Πίνακας Δικτύου ελαχίστης Διαδρομής**

From \	Node1	Node2	Node3	Node4	Node5	Node6	Node7	Node8	Node9	Node10
Node1		9	8							
Node2				7	9	6				
Node3					8	11				
Node4							6	9		
Node5							12	8	5	
Node6							10	7	4	
Node7										12
Node8										10
Node9										8
Node10										

**Επιλογή Αρχικού και Τελικού Κόμβου**



**Πίνακας Αποτελεσμάτων**

11-26-2002	From	To	Distance/Cost	Cumulative Distance/Cost
1	Node1	Node2	9	9
2	Node2	Node6	6	15
3	Node6	Node9	4	19
4	Node9	Node10	8	27
	From Node1	To Node10	=	27
	From Node1	To Node2	=	9
	From Node1	To Node3	=	8
	From Node1	To Node4	=	16
	From Node1	To Node5	=	16
	From Node1	To Node6	=	15
	From Node1	To Node7	=	22
	From Node1	To Node8	=	22
	From Node1	To Node9	=	19

**WINQSB: Dynamic Programming – shortest path analysis**

**Αρχικός Πίνακας Δικτύου ελαχίστης Διαδρομής**

Οι εισαγωγικοί πίνακες του προβλήματος είναι ίδιοι όπως στην αντίστοιχη ανάλυση δικτύων.

**Περίληπτικός Πίνακας Αποτελεσμάτων**

RESULTS: SUMMARY

11-26-2002 Stage	From Input State	To Output State	Distance	Cumulative Distance	Distance to Node10
1	Node1	Node2	9	9	27
2	Node2	Node6	6	15	18
3	Node6	Node9	4	19	12
4	Node9	Node10	8	27	8
	From Node1	To Node10	Min. Distance	= 27	CPU = 0

**Αναλυτικός Πίνακας Αποτελεσμάτων**

RESULTS: SOLUTION DETAILS

11-26-2002 19:51:11	Stage	From Input State	To Output State	Distance	Distance to Node10	Status
1	1	Node1	Node2	9	27	Optimal
2	2	Node2	Node6	6	18	Optimal
3	2	Node3	Node5	8	21	
4	3	Node4	Node7	6	18	
5	3	Node5	Node9	5	13	
6	3	Node6	Node9	4	12	Optimal
7	4	Node7	Node10	12	12	
8	4	Node8	Node10	10	10	
9	4	Node9	Node10	8	8	Optimal
		From Node1	To Node10	Minimum Distance =	27	CPU = 0

**Παράδειγμα 9: Πρόβλημα ελαχίστης Διαδρομής II (AMS σελ 239)**

*WINQSB: Network – shortest path analysis*

Δημιουργία Νέου Δικτύου Προβλήματος Ελαχίστης Διαδρομής με Συμμετρικές Διαδρομές

Καθορισμός Ονομάτων των Κόμβων

**Αρχικός Πίνακας Δικτύου ελαχίστης Διαδρομής**

From \ To	Seattle	Butte	Portland	Boise	Sacramento	Reno	Salt Lake	Cheyenne	Denver	Bakerfield	LasVegas	Albuquerque	LosAngeles	Barstow	Kingman	Phoenix	Sandiego	Tucson	ElPaso	
Seattle		599	189	497																
Butte				432	602		420	691												
Portland							345													
Boise			432																	
Sacramento			602			138				291										
Reno							526													
Salt Lake		420																		
Cheyenne		691																		
Denver								440		102										
Bakerfield						291							280							
LasVegas										280					155	108	290			
Albuquerque									621						469					
LosAngeles														138						
Barstow										114					207					
Kingman																				
Phoenix															108	469	207			
Sandiego															290		386			116
Tucson																				425
ElPaso																				314

Πίνακας Αποτελεσμάτων Προβλήματος Ελαχίστης Διαδρομής (Ανάλυση Δικτύων)

11-26-2002	From	To	Distance/Cost	Cumulative Distance/Cost
1	Seattle	Boise	497	497
2	Boise	SaltLake	345	842
3	SaltLake	Albuquerque	621	1463
4	Albuquerque	Elpaso	268	1731
	From Seattle	To Elpaso	=	1731
	From Seattle	To Butte	=	599
	From Seattle	To Portland	=	180
	From Seattle	To Boise	=	497
	From Seattle	To Sacramento	=	782
	From Seattle	To Reno	=	920
	From Seattle	To SaltLake	=	842
	From Seattle	To Cheyenne	=	1282
	From Seattle	To Denver	=	1384
	From Seattle	To Bakersfield	=	1073
	From Seattle	To LasVegas	=	1353
	From Seattle	To Albuquerque	=	1463
	From Seattle	To LosAngeles	=	1187
	From Seattle	To Barstow	=	1325
	From Seattle	To Kingman	=	1461
	From Seattle	To Phoenix	=	1573
	From Seattle	To SanDiego	=	1305
	From Seattle	To Tucson	=	1689

Πίνακας Αποτελεσμάτων Προβλήματος Ελαχίστης Διαδρομής (Ανάλυση Δυναμικού Προγραμματισμού)

Περίληπτικός Πίνακας Αποτελεσμάτων

11-26-2002 Stage	From Input State	To Output State	Distance	Cumulative Distance	Distance to Node19
1	Node1	Node4	497	497	1731
2	Node4	Node7	345	842	1234
3	Node7	Node12	621	1463	889
4	Node12	Node19	268	1731	268
	From Node1	To Node19	Min. Distance	= 1731	CPU = 0

Αναλυτικός Πίνακας Αποτελεσμάτων

11-26-2002 21:18:55	Stage	From Input State	To Output State	Distance	Distance to Node19	Status
1	1	Node1	Node4	497	1731	Optimal
2	1	Node2	Node7	420	1309	
3	1	Node5	Node10	291	1194	
4	2	Node4	Node7	345	1234	Optimal
5	2	Node8	Node9	102	822	
6	2	Node10	Node13	114	903	
7	2	Node14	Node11	155	848	
8	3	Node7	Node12	621	889	Optimal
9	3	Node9	Node12	452	720	
10	3	Node11	Node16	290	693	
11	3	Node13	Node16	386	789	
12	3	Node15	Node12	469	737	
13	3	Node17	Node18	425	739	
14	4	Node12	Node19	268	268	Optimal
15	4	Node16	Node19	403	403	
16	4	Node18	Node19	314	314	
	From Node1	To Node19	Minimum	Distance =	1731	CPU = 0

**Παράδειγμα 10: Πρόβλημα Παραγωγής Αποθεμάτων (Production & Inventory Problem)**

**WINQSB: Dynamic Programming**

**Αρχικός Πίνακας Προβλήματος**

Period (Stage)	Period Identification	Demand	Production Capacity	Storage Capacity	Production Setup Cost	Variable Cost Function (P,H,B: Variables) (e.g., 5P+2H+10B, 3(P-5)*2+100H)
1	Period1	2	5	3	100	50P+10H
2	Period3	4	5	3	100	50P+10H
3	Period3	3	5	3	100	50P+10H
Initial	Inventory =	0				

Demand = Ζήτηση  
 Production Capacity = Παραγωγική Δυνατότητα  
 Storage Capacity = Αποθηκευτική Δυνατότητα  
 Production Setup Cost = Πάγιο Κόστος Παραγωγής  
 P = Παραγόμενη Ποσότητα  
 H = Αποθηκευμένη Ποσότητα

**Περίληπτικός Πίνακας Αποτελεσμάτων**

11-26-2002 Stage	Period Description	Net Demand	Starting Inventory	Production Quantity	Ending Inventory	Setup Cost	Variable Cost Function (P,H,B)	Variable Cost	Total Cost
1	Period1	2	0	4	2	100.00 €	50P+10H	220.00 €	320.00 €
2	Period3	4	2	5	3	100.00 €	50P+10H	280.00 €	380.00 €
3	Period3	3	3	0	0	0	50P+10H	0	0
Total		9	5	9	5	200.00 €		500.00 €	700.00 €

Περίοδος	Παραγωγή	Αποθήκευση	Κόστος
1	4	2	320
2	5	3	380
3	0	0	0
ΣΥΝΟΛΟ	9		700

**Αναλυτικός Πίνακας Αποτελεσμάτων**

11-26-2002 21:43:54	Period (Stage)	Starting Inventory	Production Quantity	Ending Inventory	Total Cost To Period3	Status
0	Period1	0	4	2	700.00 €	Optimal
1	Period3	-2	0	0	M	
2	Period3	-1	5	0	600.00 €	
3	Period3	0	4	0	550.00 €	
4	Period3	1	3	0	500.00 €	
5	Period3	2	5	3	380.00 €	Optimal
6	Period3	3	4	3	330.00 €	
7	Period3	4	0	0	250.00 €	
8	Period3	5	0	1	210.00 €	
9	Period3	6	0	2	170.00 €	
10	Period3	7	0	3	30.00 €	
11	Period3	-6	0	0	M	
12	Period3	-5	0	0	M	
13	Period3	-4	0	0	M	
14	Period3	-3	0	0	M	
15	Period3	-2	5	0	350.00 €	
16	Period3	-1	4	0	300.00 €	
17	Period3	0	3	0	250.00 €	
18	Period3	1	2	0	200.00 €	
19	Period3	2	1	0	150.00 €	
20	Period3	3	0	0	0	Optimal
CPII =		0 04	Optimal	Cost =	700 00 €	

**Παραλλαγή Προβλήματος**

Period (Stage)	Period Identification	Demand	Production Capacity	Storage Capacity	Production Setup Cost	Variable Cost Function (P,H,B: Variables) (e.g., 5P+2H+10B, 3(P-5)*2+100H)
1	Period1	2	5	3	0	50P+10H+100
2	Period3	4	5	3	0	50P+10H+100
3	Period3	3	5	3	0	50P+10H+100
Initial	Inventory =	0				

**Περίληπτικός Πίνακας Αποτελεσμάτων για την παραλλαγή του αρχικού προβλήματος**

11-26-2002 Stage	Period Description	Net Demand	Starting Inventory	Production Quantity	Ending Inventory	Setup Cost	Variable Cost Function (P,H,B)	Variable Cost	Total Cost
1	Period1	2	0	2	0	0	50P+10H+100	200.00 €	200.00 €
2	Period3	4	0	4	0	0	50P+10H+100	300.00 €	300.00 €
3	Period3	3	0	3	0	0	50P+10H+100	250.00 €	250.00 €
Total		9	0	9	0	0		750.00 €	750.00 €

**Παράδειγμα 11: Πρόβλημα Κατανομής Πόρων (Resource Allocation Problem)**

WINQSB: network – Shortest Path Analysis

Αρχικός Πίνακας Προβλήματος

$C_{ij} = 10 - \text{ΑΠΟΔΟΣΗ}$   
 $\text{MAX} = 40 - \text{MIN}$   
 $1 + 3 * 7 + 1 = 22 \text{ ΚΟΜΒΟΙ}$

From	TAR	10	11	12	13	14	15	16	20	21	22	23	24	25	26	30	31	32	33	34	35	36	END
START		10	7.5	6.4	5.9	5.1	4	2.9															
10									10	9.4	7.6	4.2	3.3	2.6	2.1								
11										10	9.4	7.6	4.2	3.3	2.6								
12											10	9.4	7.6	4.2	3.3								
13												10	9.4	7.6	4.2								
14													10	9.4	7.6								
15														10	9.4								
16															10								
20										10	8.9	7.9	5	2.2	1.8	1.7							
21											10	8.9	7.9	5	2.2	1.8							
22												10	8.9	7.9	5	2.2							
23													10	8.9	7.9	5							
24															10	8.9	7.9						
25																10	8.9						
26																					10		
30																							
31																							
32																							
33																							
34																							
35																							
36																							10
END																							

Πίνακας Αποτελεσμάτων

11-26-2002	From	To	Distance/Cost	Cumulative Distance/Cost
1	START	12	6.40	6.40
2	12	22	10	16.40
3	22	36	2.20	18.60
4	36	END	10	28.60
	From START	To END	=	28.60
	From START	To 10	=	10
	From START	To 11	=	7.50
	From START	To 12	=	6.40
	From START	To 13	=	5.90
	From START	To 14	=	5.10
	From START	To 15	=	4
	From START	To 16	=	2.90
	From START	To 20	=	20
	From START	To 21	=	17.50
	From START	To 22	=	16.40
	From START	To 23	=	14.20
	From START	To 24	=	11.70
	From START	To 25	=	10.60
	From START	To 26	=	9.70
	From START	To 30	=	30
	From START	To 31	=	27.50

**Παράδειγμα 12: Πρόβλημα Σακιδίου (Knapsack Problem)**

WINQSB: Integer Linear Problem Analysis

Αρχικός Πίνακας Προβλήματος

Variable -->	X1	X2	X3	X4	Direction	R. H. S.
Maximize	500	700	4000	1500		
C1	4	7	21	12	<=	195
LowerBound	1	1	2	2		
UpperBound	4	11	6	9		
VariableType	Integer	Integer	Integer	Integer		

Πίνακας Αποτελεσμάτων

01:44:42		Wednesday	November	27	2002
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status
1 X1	3.0000	500.0000	1 500.0000	0	basic
2 X2	1.0000	700.0000	700.0000	700.0000	at bound
3 X3	6.0000	4 000.0000	24 000.0000	0	basic
4 X4	4.0000	1 500.0000	6 000.0000	0	basic
Objective	Function	(Max.) =	32 200.0000		
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price
1 C1	193.0000	<=	195.0000	2.0000	0

WINQSB: Dynamic Programming Analysis

Αρχικός Πίνακας Προβλήματος

dynamic programming

Item (Stage)	Item Identification	Units Available	Unit Capacity Required	Return Function (X: Item ID) (e.g., 50X, 3X+100, 2.15X^2+5)
1	Item1	4	4	500X
2	Item2	11	7	700X
3	Item3	6	21	4000X
4	Item4	9	12	1500X
Knapsack	Capacity =	195		