

7ο ΦΥΛΛΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΠΑΡΑΔΟΣΗΣ : 30 - 1 - 2004 (ώρα 12.00 στο εργαστήριο Ποσοτικών μεθόδων)

Άσκηση 1

Αν $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -5 & 1 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & -1 & 5 \end{bmatrix}$ και $\mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$, να βρεθούν οι πίνακες

$3\mathbf{A}+4\mathbf{B}-2\mathbf{\Gamma}$, \mathbf{AB}^T και $5\mathbf{A}^T\mathbf{B}-10\mathbf{B}^T\mathbf{\Gamma}$.

Άσκηση 2

Αν $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & a \\ 0 & -1 & a & b \\ -1 & a & b & c \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ τότε να βρεθούν οι πίνακες \mathbf{AB} και

\mathbf{BA} και να αποδείξετε ότι είναι συμμετρικοί. Ποια η σχέση μεταξύ των πινάκων \mathbf{AB} και \mathbf{BA} ;

Άσκηση 3

Να βρεθούν οι ορίζουσες των πινάκων

$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 1 & 2 & a^2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1+x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1-x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1-y \end{bmatrix}$

Άσκηση 4

Να αποδειχθεί ότι $(\mathbf{a}) \begin{vmatrix} 1 & a & b+c \\ 1 & b & c+a \\ 1 & c & a+b \end{vmatrix} = 0$ και ότι $(\mathbf{b}) \begin{vmatrix} 2 & 3 & 2a+3b+1 \\ 4 & -1 & 4a-b+7 \\ -3 & 5 & -3a+5b+2 \end{vmatrix}$ δεν

εξαρτάται από τις τιμές των a και b .

Άσκηση 5

Να βρεθούν οι αντίστροφες μήτρες των πινάκων

$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 3 & 9 & 15 \\ 5 & 16 & 20 \end{bmatrix}$ και $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

Άσκηση 6

Να επιλυθούν τα συστήματα με τη μέθοδο αντιστροφής των πινάκων

$$\begin{aligned} 2x+8y+7z=0 & & x+3y+2z=1 & & 2x+8y+7z=1 \\ (\alpha) \quad x+2y+4z=0 & & (\beta) \quad 2x+y+4z=0 & & (\gamma) \quad x+2y+2z=0 \\ 2x+4y+6z=17 & & -y+2z=2 & & 2x+4y+6z=0 \end{aligned}$$

Άσκηση 7

Να επιλυθούν τα συστήματα της Άσκησης 6 με τη μέθοδο των οριζουσών.

Άσκηση 8

$$2x+3y+z=0$$

Να βρεθεί η τιμή του k για την οποία τα σύστημα. $3x-y+kz=0$ έχει λύση διάφορη $x-2y+2kz=0$

του μηδενός.

Άσκηση 9

Να βρεθούν οι ιδιοτιμές και τα ιδιοδιανύσματα των παρακάτω πινάκων.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -15 & -12 \\ 24 & 19 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 4 \end{bmatrix} \text{ και } \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}.$$

Άσκηση 10

Να γραφτούν οι παρακάτω τετραγωνικές μορφές με τη μορφή πινάκων και να εξετασθεί αν είναι θετικά ορισμένες.

$$Q_1 = x_1^2 + 6x_2^2 + 2x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_2x_3 - 2x_3x_1$$

$$Q_2 = 5x_1^2 + 12x_1x_2 + 7x_2^2$$

Άσκηση 11

Να γραφτούν οι παρακάτω τετραγωνικές μορφές $Q_1=\mathbf{x}^T\mathbf{A}\mathbf{x}$, $Q_2=\mathbf{x}^T\mathbf{B}\mathbf{x}$ και $Q_3=\mathbf{x}^T\mathbf{C}\mathbf{x}$

με $\mathbf{A}=\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B}=\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ και $\mathbf{C}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ και να εξετασθούν αν είναι θετικά

ορισμένες.