

6ο ΦΥΛΛΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΠΑΡΑΔΟΣΗΣ : 15 – 01 – 2004

Άσκηση 1

Να βρεθούν οι ακρότατες τιμές των συναρτήσεων

i. $x^2+y^2-4x+6y+25 / \mathbf{R}^2$ ii. $(x-y)(1-xy) / \mathbf{R}^2$ iii. $4x^2+2xy+y^2 / \mathbf{R}^2$

Άσκηση 2

Να βρεθούν τα δεσμευμένα ακρότατα για τις ακόλουθες περιπτώσεις:

i. $f(x,y)=e^{xy} / \mathbf{R}^2$ όταν $x+y=4$ ii. $f(x,y)=x+y+3xy / \mathbf{R}^2$ όταν $x^2+y^2=1$
iii. $f(x,y)=xy / \mathbf{R}^2$ όταν $xy=1$ iv. $f(x,y)=\cos^2(x)+\cos^2(y) / \mathbf{R}^2$ όταν $x-y=\pi/4$

Άσκηση 3

Να βρεθούν οι ποσότητες δυο προϊόντων q_1 και q_2 για τις οποίες τα έσοδα γίνονται μέγιστα αν $p_1=5$, $-q_1+q_2$, $p_2=5+2q_1-q_2$.

Άσκηση 4

Να βρεθούν οι ποσότητες δυο προϊόντων q_1 και q_2 για τις οποίες ο καταναλωτής μεγιστοποιεί τη χρησιμότητα όταν αυτή δίδεται ως $U=q_1^2q_2^3$ και οι τιμές των προϊόντων είναι $p_1=2$ και $p_2=8$ ευρώ αντίστοιχα και μπορεί να διαθέσει ακριβώς $I=120$ ευρώ.

Άσκηση 5

Να βρεθούν οι ποσότητες δυο συντελεστών παραγωγής x,y για τις οποίες η παραγωγή $Q=-x^2-y^2+6x+8y+25$ γίνεται μέγιστη όταν τιμές των συντελεστών είναι $p_x=2$ και $p_y=3$ χρηματικές μονάδες, αντίστοιχα, ο παραγωγός μπορεί να διαθέσει ακριβώς $I=24$ χρηματικές μονάδες και το πάγιο κόστος είναι $C_0=4$.

Άσκηση 6

Να βρεθούν τα ολοκληρώματα

i. $\int_0^1 \int_0^\pi \rho^2 \sin(\theta) d\rho d\theta$ ii. $\int_0^1 \int_0^{\pi/2} \rho^3 d\rho d\theta$ iii. $\int_0^1 \int_0^{\pi/4} e^{\rho^2} \rho d\rho d\theta$

Άσκηση 7

Να βρεθούν τα ολοκληρώματα

i. $\int_0^{\pi/2} \int_0^\pi \sin(x+y) dx dy$ ii. $\int_3^7 \int_0^1 (2x+xy^2-x^2-3y^2) dx dy$ iii. $\int_0^2 \int_0^{\pi/2} x^2 y \cos(xy^2) dx dy$

Άσκηση 8

Να βρεθούν τα ολοκληρώματα

i. $\int_0^1 \int_0^{1-x} xy dy dx$ ii. $\int_0^2 \int_0^x (x^2+y^2) dy dx$ iii. $\int_1^2 \int_0^{ln y} ye^x dx dy$

Άσκηση 9

Να βρεθούν τα ολοκληρώματα

i. $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} (x^2+y^2) dy dx$ ii. $\int_1^e \int_0^1 \left(x^2y + \frac{x}{y}\right) dx dy$ iii. $\int_0^2 \int_x^{2-x} (y-xy) dy dx$

Άσκηση 10

Να υπολογισθεί η τιμή του ολοκληρώματος $\iint_A e^{-(x^2+y^2)} dx dy$ όταν

$A=\{(x,y) \in \mathbf{R}^2: x \geq 0, y \geq 0 \text{ και } x^2+y^2 \leq 1\}$ με τη βοήθεια του μετασχηματισμού $x=r\sin(\theta)$ και $y=r\cos(\theta)$, $r \geq 0$, $\theta \in [0, \pi/2]$.

Άσκηση 11

Να υπολογισθεί η τιμή του ολοκληρώματος $\iint_A xy e^{-x-y} dx dy$ όταν $A=[0, +\infty)^2$.