

1ο ΦΥΛΛΟ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΠΑΡΑΔΟΣΗΣ : 28-11-2003

Άσκηση 1

Να μελετηθούν ως προς τη μονοτονία οι ακόλουθες συναρτήσεις

- a. ax^2+bx+c c. $(x-1)(x-2)(x-3)$ e. $x^3+x^2+x+1, x>0$
b. $e^{-x^2} / D(f) = \mathbf{R}$ d. $1/(1-x^2)^2$ f. $\log_a(x) / D(f) = (0, +\infty), a>1$

Άσκηση 2

Να εξετασθεί αν οι παρακάτω συναρτήσεις είναι φραγμένες

- a. $\cos(x) / D(f) = (0, \pi)$ c. $\frac{1}{1+|x|} / D(f) = \mathbf{R}$
b. $x^2 / D(f) = \mathbf{R}$ d. $\sqrt{1-x^2} / D(f) = (-1, 1)$

Άσκηση 3

Να εξετασθεί αν οι παρακάτω συναρτήσεις είναι άρτιες ή περιττές

- a. x^6+3x^2+7 c. $2x \cos(x)$
b. $3x-x^5$ d. $\cos(x)(1+x^2)^{-1}$

Άσκηση 4

Να εξετάσετε αν οι συναρτήσεις $\cos(x)$, $\sin(x)$ και $\operatorname{tg}(x)$ είναι συμμετρικές.

Άσκηση 5

Να εξετασθούν αν οι παρακάτω συναρτήσεις είναι κοίλες ή κυρτές.

- a. $\sin(x) / D(f) = (0, \pi)$ d. $x^2 / D(f) = \mathbf{R}$
b. $e^{-x^2} / D(f) = \mathbf{R}$ e. $x+x^{-1} / D(f) = \mathbf{R} \setminus \{0\}$
c. $\sqrt{1-x^2} / D(f) = (-1, 1)$

Άσκηση 6

Να βρεθούν τα παρακάτω όρια

- a. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2+bx+c}{dx+l}$ e. $\lim_{x \rightarrow \infty} \{e^x \sin(e^{-x})\}$
b. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ae^{-x}+b}{ce^{-x}+d}$ f. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-6x}-e^{-3x}}{x}$
c. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(2x^2-3x-2)}{2x^2-3x-2}$ g. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x-b^x}{x}$ a,b>0
d. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3x}\right)^x$ h. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x(e^x + e^{-x})}$

Άσκηση 7

Να βρεθούν τα όρια $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ όταν

$$f(x) = \frac{2x+|x|}{6x-2|x|} \text{ και } D(f) = \mathbf{R} \setminus \{0\}.$$

Άσκηση 8

Να βρεθούν τα όρια $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ όταν

$$f(x) = \begin{cases} 3x-1 & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ 2x+5 & x > 0 \end{cases}.$$

Άσκηση 9

Να βρεθούν οι ασύμπτωτοι των παρακάτω συναρτήσεων

- a. $f(x) = 2 + \frac{1}{x-1} / D(f) = \mathbf{R} \setminus \{1\}$ c. $f(x) = \frac{1}{x^2-4} / D(f) = \mathbf{R} \setminus \{-2, 2\}$
b. $f(x) = 2 + \frac{1}{(x-1)^2} / D(f) = \mathbf{R} \setminus \{1\}$ d. $f(x) = \frac{x+1}{x-1} / D(f) = \mathbf{R} \setminus \{1\}$