Bayesian Biostatistics Using BUGS

Βιο-Στατιστική κατά Bayes με τη χρήση του Λογισμικού BUGS

ΜΑΘΗΜΑ 4: *ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟΝ ΕΛΕΓΧΟ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ, ΕΠΙΛΟΓΗ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΚΑΙ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΚΑΤΑ BAYES ΜΕ ΤΟ WINBUGS*

I. Ntzoufras

E-mail: ntzoufras@aueb.gr

Department of Statistics, Athens University of Economics & Business

6… ΑΠΛΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ

6.1. Εισαγωγή: Εκ-των-Υστερων Λόγος Πιθανοτήτων των Μοντέλων

Ξαναγυρίζουμε στο Παράδειγμα της Εστριόλης

- Green & Touchston (1963, *Am.Jour. Of Obsterics & Gynecology*)
- Μελέτη σχέσης
  - Y : Βάρος γέννησης (birthweight) ενός παιδιού
  - X : Επίπεδο εστριόλης (estriol) των εγκύων γυναικών
- **$Y_i \sim Normal(\mu_i, \sigma^2)$**
- **$\mu_i=\eta_i=\alpha+\beta X_i$**

6… ΑΠΛΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ

6.1. Εισαγωγή: Εκ-των-Υστερων Λόγος Πιθανοτήτων των Μοντέλων

Ξαναγυρίζουμε στο Παράδειγμα της Εστριόλης

Μας ενδιαφέρει να ελέγξουμε την υπόθεση

H_0: β=0 vs. H_1 β ≠0

Το οποίο ειναι ισοδύναμο με τη σύγκριση των μοντέλων

m_0 : Y~N(α, σ^2)

m_1 : Y~N(α+βX, σ^2)

6… ΑΠΛΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ

6.1. Εισαγωγή: Εκ-των-Υστερων Λόγος Πιθανοτήτων των Μοντέλων

Εκ-των-Υστέρων Λόγος Πιθανοτήτων (Posterior Model Odds) του μοντέλου m_0 έναντι του μοντέλου m_1:

$$PO_{01} = \frac{f(m_0 \mid \mathbf{y})}{f(m_1 \mid \mathbf{y})} = \underbrace{\frac{f(\mathbf{y} \mid m_0)}{f(\mathbf{y} \mid m_1)}}_{B_{01}} \times \underbrace{\frac{f(m_0)}{f(m_1)}}_{\text{Prior Model Odds}}$$

B_{01}: Bayes Factor
(Παράγοντας Bayes)

Prior Model Odds
(Εκ-των-Προτέρων Λόγος Πιθανοτήτων των Μοντέλων)

6… ΑΠΛΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ

6.1. Εισαγωγή: Εκ-των-Υστερων Λόγος Πιθανοτήτων των Μοντέλων

- $f(m)$: Εκ-των-Προτέρων Πιθανότητα του μοντέλου m (Prior model probability)
- $f(m|\mathbf{y})$: Εκ-των-Υστέρων Πιθανότητα του μοντέλου m (Posterior model probability)
- $f(\mathbf{y}|m)$: Περιθωριακή Πιθανοφάνεια των Δεδομένων στο μοντέλο m (marginal likelihood of model m)

6… ΑΠΛΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ

6.1. Εισαγωγή: Εκ-των-Υστερων Λόγος Πιθανοτήτων των Μοντέλων

- $\frac{f(m_0)}{f(m_1)}$: Εκ-των-προτέρων λόγος πιθανοτήτων του μοντέλου m_0 έναντι του μοντέλου m_1 (Prior model odds of m_0 vs. m_1)
- $B_{01} = \frac{f(\mathbf{y}|m_0)}{f(\mathbf{y}|m_1)}$: Παράγοντας Bayes του μοντέλου m_0 έναντι του μοντέλου m_1 (Bayes Factor of model m_0 vs. m_1)
- $PO_{01} = \frac{f(m_0|\mathbf{y})}{f(m_1|\mathbf{y})}$: Εκ-των-υστέρων λόγος πιθανοτήτων του μοντέλου m_0 έναντι του μοντέλου m_1 (Posterior model odds of m_0 vs. m_1)

6… ΑΠΛΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ
6.2. Εκ-των-Υστερων Πιθανοτήτες των Μοντέλων στο BUGS

Στο BUGS μπορούμε να εκτιμήσουμε τη *εκ-των-υστερων πιθανότητα f(m|**y**)* εισάγωντας την λανθάνουσα (latent) δίτιμη μεταβλητή γ:

Y~Normal(α + βX ,σ²).

6… ΑΠΛΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ
6.2. Εκ-των-Υστερων Πιθανοτήτες των Μοντέλων στο BUGS

Στο BUGS μπορούμε να εκτιμήσουμε τη *εκ-των-υστερων πιθανότητα f(m|**y**)* εισάγωντας την λανθάνουσα (latent) δίτιμη μεταβλητή γ:

Y~Normal(α + γ×βX ,σ²).

6… ΑΠΛΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ

6.2. Εκ-των-Υστερων Πιθανοτήτες των Μοντέλων στο BUGS

Για λεπτομέρειες παραπέμπουμε στα ακόλουθα

- **Katsis, A. and Ntzoufras, I. (2003).** Testing Hypotheses for the Distribution of Insurance Claim Counts Using the Gibbs Sampler.
- **Ntzoufras, I. (2002).** Gibbs Variable Selection Using BUGS. *Journal of Statistical Software,* Volume **7,** Issue 7, 1 – 19 .
- **Dellaportas, Forster and Ntzoufras (2002).** On Bayesian Model and Variable Selection Using MCMC. *Statistics and Computing*, **12**, 27–36.
- **Dellaportas, Forster and Ntzoufras (2000).** On Bayesian Model and Variable Selection Using MCMC. In *Generalized Linear Models: A Bayesian Perspective*, 271–286.
- **MY BUGS TUTORIAL PAGE:** `http://stat-athens.aueb.gr/~jbn/bugs_tutorial/home.html`
- **Ntzoufras (2002).** Tutorial on Bayesian Model Selection (Msc Hand outs)

6… ΑΠΛΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ

6.2. Εκ-των-Υστερων Πιθανοτήτες των Μοντέλων στο BUGS

Η κατανομή $f(\beta|\, \gamma=0)$ ονομάζεται και *ψευδο-prior (pseudo-prior)* ή or *κατανομή πρότασης (proposal distribution)*.

- <u>Δεν επηρεάζει</u> την *εκ-των-υστέρων κατανομη* δηλ. την $f(\alpha, \beta, \gamma|\, \mathbf{y}) = f(\alpha, \beta|\, \gamma, \mathbf{y})\, f(\gamma \,|\, \mathbf{y})$.
- <u>Επηρεάζει</u> την *σύγκλιση της αλυσίδας*
- Για να δουλέψει αποτελεσματικά πρέπει να είναι κοντά στην εκ-των-υστέρων κατανομή: $f(\beta|\, \mathbf{y}, \gamma=1)$.
- Για λόγους απλούστευσης υποθέτουμε

$$f(\beta|\, \gamma=0) = f(\beta|\, \gamma=1)$$

[Δουλεύει καλά στο συγκεκριμένο παράδειγμα]

6… ΑΠΛΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ

6.2. Εκ-των-Υστερων Πιθανοτήτες των Μοντέλων στο BUGS

(1) Birth$_i$ ~ Normal(μ_i, σ^2)

(2) η_i = α + β×Estriol$_i$

(3) $\mu_i = \eta_i = \alpha + \beta \times$Estriol$_i$

for i=1,...,31

```
for (i in 1:n) {
  Birth[i]~dnorm(mu[i],tau)
  x[i]<-estriol[i]-mean(estriol[])
  mu[i] <-a+        b*x[i]
}
```

PRIORS

- $f(\alpha)$=Normal (0, 10^4)
- $f(\beta)$=Normal (0, 10^4)
- $f(\tau^2)$=Gamma(10^{-4},10^{-4})
- σ^2=1/ τ

```
a~dnorm(0.0,1.0E-04)
b~dnorm(0.0,1.0E-04)
tau~dgamma(1.0E-04,1.0E-04)
s2<-1/tau
```

6… ΑΠΛΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ

6.2. Εκ-των-Υστερων Πιθανοτήτες των Μοντέλων στο BUGS

(1) Birth$_i$ ~ Normal(μ_i, σ^2)

(2) $\eta_i = \alpha + \gamma \times \beta \times$Estriol$_i$

(3) $\mu_i = \eta_i = \alpha + \beta \times$Estriol$_i$

for i=1,...,31

```
for (i in 1:n) {
  Birth[i]~dnorm(mu[i],tau)
  x[i]<-estriol[i]-mean(estriol[])
  mu[i] <-a+ gamma*b*x[i]
}
```

PRIORS

- $f(\alpha)$=Normal (0, 10^4)
- $f(\beta)$=Normal (0, 10^4)
- $f(\tau^2)$=Gamma(10^{-4},10^{-4})
- σ^2=1/ τ
- γ ~ **Bernoulli (0.5)**

```
a~dnorm(0.0,1.0E-04)
b~dnorm(0.0,1.0E-04)
tau~dgamma(1.0E-04,1.0E-04)
s2<-1/tau
gamma~dbern(0.5)
```

6… ΑΠΛΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ

6.2. Εκ-των-Υστερων Πιθανοτήτες των Μοντέλων στο BUGS

(1) $Birth_i \sim Normal(\mu_i, \sigma^2)$

(2) $\eta_i = \alpha + \gamma \times \beta \times Estriol_i$

(3) $\mu_i = \eta_i = \alpha + \beta \times Estriol_i$

for i=1,...,31

```
for (i in 1:n) {
  Birth[i]~dnorm(mu[i],tau)
  x[i]<-estriol[i]-mean(estriol[])
  mu[i] <-a+ gamma*b*x[i]
}
```

PRIORS

- $f(\alpha)$=Normal (0, 10^4)
- $f(\beta)$=Normal (0, 10^4)
- $f(\tau^2)$=Gamma(10^{-4},10^{-4})
- σ^2=1/ τ
- $\gamma \sim$ **Bernoulli (0.5)**

```
a~dnorm(0.0,1.0E-04)
b~dnorm(0.0,1.0E-04)
tau~dgamma(1.0E-04,1.0E-04)
s2<-1/tau
gamma~dbern(0.5)
```

6… ΑΠΛΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ

6.2. Εκ-των-Υστερων Πιθανοτήτες των Μοντέλων στο BUGS

Μετά από Burn-in 1000 επαναλήψεων και 20,000 επαναλήψεις ως δείγμα

$f(\gamma=1|\mathbf{y})$= 0.6268

$PO_{10}=BF_{10}$ = 1. 68

6… ΑΠΛΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ
6.2. Εκ-των-Υστερων Πιθανοτήτες των Μοντέλων στο BUGS

- Δεν συζητήσαμε για τις εκ-των-προτέρων κατανομές των μοντέλων όταν κάνουμε επιλογή/σύγκριση μοντέλων [το θέμα είναι πολύ μεγάλο και σύνθετο για αυτό το μάθημα].
- Μεγάλες τιμές της εκ-των-προτερων διακύμανσης του β θα ενεργοποιήσει το παράδοξο των Bartlett - Lindley => $f(\gamma=1|\mathbf{y}) \rightarrow 0.0$
- Μία λύση: Η εκ-των-προτέρων (ΕτΠ) κατανομή της μοναδιαίας πληροφορίας (Unit information prior, BIC):

ΕτΠ Διακύμανση του β =

Μέγεθος Δείγματος **X** ΕτΥ Διακύμανση του β που παίρνουμε όταν χρησιμοποιούμε επίπεδη ΕτΠ κατανομή

6… ΑΠΛΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ
6.2. Εκ-των-Υστερων Πιθανοτήτες των Μοντέλων στο BUGS

Ας Ξανατρέξουμε το παράδειγμα με την ΕτΠ μοναδιαίας πληροφορίας.

- Τρέχουμε το παράδειγμα με μεγάλη ΕτΠ διακύμανση και βρίσκουμε

  ΕτΥ Διακύμανση= $(0.1431)^2$
- Παίρνουμε τώρα στη σύγκριση των 2 μοντέλων με

  ΕτΠ Διακύμανση του β = 31 X $(0.1431)^2$ = 0.6348

  ΕτΠ Ακρίβεια του β = 1/0.6348 = 1.575

6… ΑΠΛΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ
6.2. Εκ-των-Υστερων Πιθανοτήτες των Μοντέλων στο BUGS

Μετά από Burn-in 1000 επαναλήψεων και 20,000 προσομοιώμενες τιμές έχουμε ως αποτέλεσμα

$f(\gamma=1|\mathbf{y})= 0.9922$

$PO_{10}=BF_{10} = 127.20$

6… ΑΠΛΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ
6.2. Εκ-των-Υστερων Πιθανοτήτες των Μοντέλων στο BUGS

Αυτό το Παράδειγμα είναι μόνο για Επίδειξη

Μην προσπαθήσετε να τρέξετε σύγκριση μοντέλων στο BUGS αν δεν έχετε πρώτα κατανοήσει πολύ καλά την προσομοίωση των απλών μοντέλων και το τρόπο λειτουργίας των μεθόδων σύγκρισης μοντέλων.

Να είστε πολυ προσεκτικοί όταν επιλέγετε ΕτΠ (prior) και ψευδο-ΕτΠ (pseudo-prior) κατανομές

6… ΑΠΛΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΥΠΟΘΕΣΕΩΝ

6.3. Άλλοι Τρόποι Υπολογισμού του Παράγοντα Bayes

MCMC για Σύγκριση Μοντέλων

⌘***Reversible Jump MCMC*** (RJMCMC, Green, 1995) [Δεν μπορεί να εφαρμοστεί στο WINBUGS ακόμα]

⌘***Δειγματολήπτης των Carlin και Chib*** (1995). Παράδειγμα 13 (Pines dataset) στο Bugs 0.5 Examples vol.**2**, σελ. 47-50 .

Τρόποι Υπολογισμού της Περιθωριακής Πιθανοφάνειας

⌘Εκτιμητής του ***Αρμονικού μέσου*** της Πιθανοφάνειας

⌘Ο Εκτιμητής των ***Newton και Raftery*** (1994).

⌘Ο Εκτιμητής των ***Gelfand και Dey*** (1994).

⌘Ο Εκτιμητής του ***Chib*** (1995, JASA).

⌘Ο Εκτιμητής ***Laplace-Metropolis*** (Lewis και Raftery, 1997)

⌘κ.α. Για Λεπτομέρειες προτείνω να δείτε το καλό review του *Lopes (2002).*

7… ΑΛΛΟΙ ΤΡΟΠΟΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

7.1. Κριτήρια Πληροφορίας (Information Criteria)

Τα κριτήρια πληροφορίας γενικά ορίζονται ώς την μέγιστη πιθανοφάνεια στη οποία επιβάλλεται μια ποινή για κάθε επιπλέον παράμετρο που εκτιμούμε

⌘Deviance = -2 max{ log - likelihood }

⌘IC = -2 max{ log - likelihood } + parameters × penalty

⌘AIC= -2 max{ log - likelihood } + parameters × 2

⌘BIC= -2 max{ log - likelihood } + parameters × log(n)

7… ΑΛΛΟΙ ΤΡΟΠΟΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ
7.1. Κριτήρια Πληροφορίας (Information Criteria)

Μπορούμε να ορίσουμε τις Bayesian versions των AIC/BIC και να βρούμε τις posterior και να τις συγκρίνουμε (Brooks 2002)

- B.Deviance(m) = -2 log{f(**y**|**θ**,m)} = -2 log - likelihood
- B.AIC(m) = -2 log{f(**y**|**θ**, m)} + parameters × 2
- B.BIC(m) = -2 log{f(**y**|**θ**, m)} + parameters × log(n)

7… ΑΛΛΟΙ ΤΡΟΠΟΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ
7.2. Bayesian AIC/BIC στο WINBUGS (Estriol Example)

ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΤΡΕΞΟΥΜΕ ΚΑΙ ΤΑ ΔΥΟ ΜΟΝΤΕΛΑ ΣΕ ΕΝΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ WINBUGS.

- 1... Ορίζουμε το λογάριθμο της Πιθανοφάνειας για κάθε παρατήρηση (μέσα στο `for`).
- 2… Υπολογίζουμε τη συνολική λογαριθμο - Πιθανοφάνεια
- 3… Υπολογίζουμε το AIC/BIC για κάθε μοντέλο
- 4… Υπολογίζουμε διαφορές των AIC/BIC που μας ενδιαφέρουν.(μονο σε παράλληλη δειγματοληψία)

7… ΑΛΛΟΙ ΤΡΟΠΟΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

7.2. Bayesian AIC/BIC στο WINBUGS (Estriol Example)

ΜΟΝΤΕΛΟ 1: BIRTHWEIGHT=α+β ESTRIOL

(1)

(1)

```
model estriol_AIC_BIC;
{
      pi<-3.14
      for (i in 1:n) {
      birth[i]~dnorm( mu[i], tau );
      mu[i]<-a.star+b*(estriol[i]-mean(estriol[]));

      loglike1[i]<- -0.5*log(2*pi)+0.5*log(tau)
                    -0.5*pow( birth[i]-mu[i],2 )*tau

      }
```


7… ΑΛΛΟΙ ΤΡΟΠΟΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

7.2. Bayesian AIC/BIC στο WINBUGS (Estriol Example)

ΜΟΝΤΕΛΟ 1: BIRTHWEIGHT=α+β ESTRIOL


```
#     prior distributions for model m1
      a.star~dnorm( 0, 1.0E-04 )
      b~dnorm( 0, 1.0E-04 ); # normal prior for b
      tau~dgamma( 1.0E-04 , 1.0E-04 );
      s2<-1/tau;
      a<-a.star-b*mean(estriol[]);
#     Bayesian versions of LogLikelihood
      L1<-sum( loglike1[] )
#     Bayesian versions of BIC
      BIC1<- -2*L1 + 3*log(n)
#     Bayesian versions of AIC
      AIC1<- -2*L1 + 3*2
}
```

(2)

(3)

7… ΑΛΛΟΙ ΤΡΟΠΟΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

7.2. Bayesian AIC/BIC στο WINBUGS (Estriol Example)

ΜΟΝΤΕΛΟ 0: BIRTHWEIGHT=α

```
model estriol_AIC_BIC{
        pi<-3.14
        for (i in 1:n) {
#               definition of model m1
#               … … … … … … … … … … … …
#               definition of model m0
                birth0[i]<-birth[i]
                birth0[i]~dnorm( mu0[i], tau0 );
                mu0[i]<-a0;
     (1)        loglike0[i]<- -0.5*log(2*pi)+0.5*log(tau0)
                          -0.5*pow( birth0[i]-mu0[i],2)*tau0
           }
```

7… ΑΛΛΟΙ ΤΡΟΠΟΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

7.2. Bayesian AIC/BIC στο WINBUGS (Estriol Example)

ΜΟΝΤΕΛΟ 0: BIRTHWEIGHT=α

```
#       prior distributions for model m1
#       … … … … … … … … … … … … … … … …
#       prior distributions for model m0
        a0~dnorm( 0, 1.0E-04 );
        tau0~dgamma( 1.0E-04 , 1.0E-04 );
#       Bayesian versions of LogLikelihood
        L1<-sum( loglike1[] )                     (2)
        L0<-sum( loglike0[] )
#       Bayesian versions of BIC
        BIC1<- -2*L1 + 3*log(n)                   (3)
        BIC0<- -2*L0 + 2*log(n)
(4)     DBIC10<- BIC0-BIC1
#       Bayesian versions of AIC
        AIC1<- -2*L1 + 3*2                        (3)
        AIC0<- -2*L0 + 2*2
(4)     DAIC10<- AIC0-AIC1                   }
```

7… ΑΛΛΟΙ ΤΡΟΠΟΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

7.2. Bayesian AIC/BIC στο WINBUGS (Estriol Example)

⌘Αποτελέσματα

node	mean	sd	MC error	2.5%	median	97.5%	start	sample
AIC0	189.4	2.003	0.032	187.5	188.8	194.8	1001	5000
AIC1	178.2	2.533	0.03684	175.3	177.5	184.7	1001	5000
BIC0	192.3	2.003	0.032	190.3	191.6	197.7	1001	5000
BIC1	182.5	2.533	0.03684	179.6	181.8	189.0	1001	5000
DAIC10	11.23	3.212	0.05295	4.246	11.48	17.65	1001	5000
DBIC10	9.798	3.212	0.05295	2.812	10.04	16.22	1001	5000

⌘Υποστηρίζεται το μοντέλο με $\beta \neq 0$ και με το AIC και με το BIC

7… ΑΛΛΟΙ ΤΡΟΠΟΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

7.3. Πληροφοριακό Κριτήριο Απόκλισης (Deviance Information Criterion)

Το DIC είναι Γενίκευση του AIC
Spiegelhalter *et al.* (2002, RSSB)

⌘$DIC(m)=\overline{D}(\boldsymbol{\theta},m)+p_D(m)$

⌘$\overline{D}(\boldsymbol{\theta},m)$ = posterior mean of deviance for model m
⌘$p_D(m)$ = effective number of parameters of model m

⌘$DIC(m)=2\overline{D}(\boldsymbol{\theta},m)-D(\overline{\boldsymbol{\theta}},m)$

⌘$D(\overline{\boldsymbol{\theta}},m)$: Deviance evaluated at the posterior mean of $\boldsymbol{\theta}$ (ή άλλου εκτιμητή)

7… ΑΛΛΟΙ ΤΡΟΠΟΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

7.3. Πληροφοριακό Κριτήριο Απόκλισης (Deviance Information Criterion)

ΜΕΡΙΚΑ ΣΧΟΛΙΑ ΓΙΑ ΤΟ DIC

1) Γενίκευση του AIC. Για τα μή ιεραρχικά μοντέλα p_D είναι περίπου ίσο με τον πραγματικό αριθμό των παραμέτρων.

2) Μικρές αλλαγές της εκτίμησης του θ (που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του p_D) μπορεί να οδηγήσει σε άλλο DIC (άρα επηρεάζεται και από prior, την παραμετροποίηση του μοντέλου και από την ασυμμετρία της posterior του θ).

7… ΑΛΛΟΙ ΤΡΟΠΟΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

7.3. Πληροφοριακό Κριτήριο Απόκλισης (Deviance Information Criterion)

ΜΕΡΙΚΑ ΣΧΟΛΙΑ ΓΙΑ ΤΟ DIC

3) Στο WINBUGS δεν δίδεται το Μόντε Κάρλο σφάλμα (MC error).

Το σφάλμα του Deviance μπορούμε να το βρούμε εύκολα επιβλέποντας (monitor) την posterior του Deviance (οριζουμε `D1<- -2L1` και `D0<- -2L0` στο παραδειγμα της Εστριόλης). Αυτό το σφάλμα γενικά είναι μικρό.

Ανησυχία υπάρχει για το p_D (και $D(\theta,m)$) και γενικά θα πρέπει να κοιτάζουμε τη σταθερότητα αυτών των ποσοτήτων μετά από αρκετές επαναλήψεις.

7… ΑΛΛΟΙ ΤΡΟΠΟΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ
7.3. Πληροφοριακό Κριτήριο Απόκλισης (Deviance Information Criterion)

ΜΕΡΙΚΑ ΣΧΟΛΙΑ ΓΙΑ ΤΟ DIC

4) Αν η λογαριθμο - πιθανοφάνεια είναι κοίλη ως πρός τις παραμέτρους της (στοχαστικούς κόμβους) τότε DIC>0. Παρόλα αυτά μπορούμε να πάρουμε αρνητικό DIC στις ακόλουθες περιπτώσεις

i) με μη κοίλες λογαριθμο-πιθανοφάνειας (π.χ. Student-t κατανομή) όπου υπάρχει μεγάλη διαφορά μεταξύ prior και δεδομένων.

ii) όταν η posterior μίας παραμέτρου είναι συμετρική και δικόρυφη και γενικά όταν ο εκ-των-υστέρων μέσος είναι φτωχός περιγραφικός δείκτης με μεγάλη εκ-των-υστέρων διακύμανση.

7… ΑΛΛΟΙ ΤΡΟΠΟΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ
7.3. Πληροφοριακό Κριτήριο Απόκλισης (Deviance Information Criterion)

ΜΕΡΙΚΑ ΣΧΟΛΙΑ ΓΙΑ ΤΟ DIC

5) Το ελάχιστο DIC εκτιμάει ποιό μοντελο θα δώσει τις καλύτερες σύντομες (short-term) προβλέψεις στην ίδια λογική με το AIC.
Παρόλα αυτά άν η διαφορά των DIC είναι μικρότερη από 5 για μοντέλα που δίνουν τελείως διαφορετικά συμπεράσματα τότε είναι λάθος απλά να αναφέρουμε το μοντέλο με το μικρότερο DIC.

6) Το DIC (όπως και τα AIC/BIC) είναι συγκρίσιμα για μοντέλα με τα ίδια δεδομένα. Τα μοντέλα δε χρειάζεται να είναι «φωλιασμένα» το ένα μέσα στο άλλο (nested).

7… ΑΛΛΟΙ ΤΡΟΠΟΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ
7.3. Πληροφοριακό Κριτήριο Απόκλισης (Deviance Information Criterion)

ΜΕΡΙΚΑ ΣΧΟΛΙΑ ΓΙΑ ΤΟ DIC

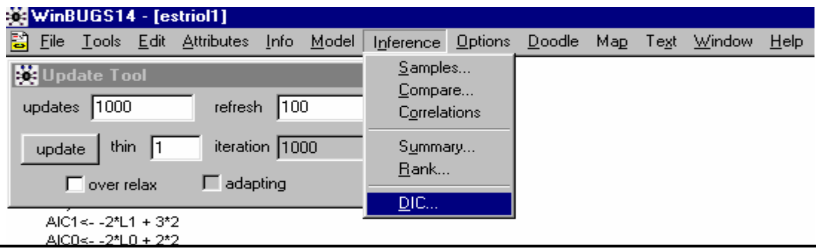
7) Το DIC διαφέρει σε στόχους και μορφή από το BIC και τον Παράγοντα Bayes.

8) Θα πρέπει να χρησιμοποιείτε με προσοχή το DIC μέχρι να υπάρξου πιο πολλά ερευνητικά αποτελέσματα. Σε μερικά μοντέλα το WINBUGS δεν μπορεί να υπολογιστεί το DIC. Για λεπτομέρειες παραπέμπουμε στην Ιστο-σελίδα του WINBUGS http://www.mrc-bsu.cam.ac.uk/bugs/winbugs/contents.shtml

9) Ο υπολογισμός των Bayesian BIC/AIC είναι πιο εύκολος και άμεσος (και μπορούμε να έχουμε και MC error).

7… ΑΛΛΟΙ ΤΡΟΠΟΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ
7.4. Υπολογισμός του DIC στο WINBUGS (Estriol Example)

- Δεν χρειάζεται να ορισουμε κάτι επιπλέον στο μοντέλο του WINBUGS.
- Μπορούμε να τρέξουμε παράλληλα όλα τα μοντέλα που θέλουμε να συγκρίνουμε μαζί.
- Αφού προσομοιώσουμε τις πρώτες παρατηρήσεις στην περίοδο Burn-in επιλέγουμε **INFERENCE>DIC**



7… ΑΛΛΟΙ ΤΡΟΠΟΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ
7.4. Υπολογισμός του DIC στο WINBUGS (Estriol Example)

- Επιλέγουμε το κουτί **SET** .

- Προσομοιώνουμε το δείγμα από την posterior κατανομή (**MODEL>UPDATE**, συμπληρώνουμε στο **updates** τον αριθμό των επαναλήψεων).
- Επιλέγουμε το ***DIC TOOL*** (**INFERENCE>DIC**) και το κουτί **DIC**.

7… ΑΛΛΟΙ ΤΡΟΠΟΙ ΣΥΓΚΡΙΣΗΣ ΜΟΝΤΕΛΩΝ
7.4. Υπολογισμός του DIC στο WINBUGS (Estriol Example)

- **ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ**

Dbar = post.mean of -2logL; Dhat = -2LogL at post.mean of stochastic nodes

	Dbar	Dhat	pD	DIC
birth	172.201	169.086	3.115	175.316
birth0	185.433	183.447	1.985	187.418
total	357.633	352.533	5.100	362.734

- Διαφορά = 13.23
- Μοντέλο 1 πάλι καλύτερο
- p_D είναι περίπου ίσο με 3 και 2 (αριθμός παραμέτρων στα δύο μοντέλα).

8…ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΟΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

- [BUGS manual: page 40]
- Κατάλοιπα (Residuals)
- Εκ-των-υστέρων Επίπεδο Σημαντικότητας (Posterior P-values)
- Προβλεπτικά Μέτρα Σύγκρισης Μοντέλων (Predictive Model Comparison Measures)
- Προβλεπτικά Μέτρα Πάραλληλης Δειγματολειψίας (Parallel Sampling Predictive Measures)

8…ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΟΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

ΕΝΑ ΑΠΛΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ (LINE.BUG)

```
model{
# Likelihood
  for( i in 1 : N ) {
     y[i] ~ dnorm(mu[i],tau)
     mu[i]<- alpha+ beta*( x[i]-mean(x[]) )
  }
# Prior distributions
  tau ~ dgamma(0.001,0.001)
  sigma <- 1 / sqrt(tau)
  alpha ~ dnorm(0.0,1.0E-6)
  beta ~ dnorm(0.0,1.0E-6)
}
```

8…ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΟΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

ΕΝΑ ΑΠΛΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ (LINE.BUG)

```
Data (ΧΩΡΙΣ OUTLIER):
list(x = c(1, 2, 3, 4, 5),
     y= c(1, 3, 3, 3, 5), N = 5)
Data(2) (ΜΕ OUTLIER):
list(x = c(1, 2, 3, 4, 5),
     y= c(1, 7, 3, 3, 5), N = 5)
Inits:
list(alpha = 0, beta = 0, tau = 1)
```

8…ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΟΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

8.1. ΕΛΕΓΧΟΣ ΚΑΤΑΛΟΙΠΩΝ

Εξετάζουμε την εκ-των-υστέρων κατανομή των καταλοίπων (y_i=data)

- Κατάλοιπα (Residual): $r_i = y_i - E(y_i)$
  ```
  resid[i]<-y[i]-mu[i]
  ```
- Τυποποιημένα Κατάλοιπα (Standardized Residual): $sr_i = r_i/\sqrt{V(y_i)} = \{y_i - E(y_i)\}/\sqrt{V(y_i)}$
  ```
  sresid[i]<-r[i]*sqrt(tau)
  ```

8…ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΟΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

8.1. ΕΛΕΓΧΟΣ ΚΑΤΑΛΟΙΠΩΝ

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ (DATA ΧΩΡΙΣ OUTLIER)

node	**mean**	**sd**	**MC error**	**2.5%**	**median**	**97.5%**
resid[1]	-0.38	1.1	0.023	-2.3	-0.4	1.6
resid[2]	0.82	0.71	0.017	-0.42	0.81	2.1
resid[3]	0.027	0.65	0.016	-1.0	0.013	1.1
resid[4]	-0.77	1.0	0.022	-2.0	-0.79	0.51
resid[5]	0.43	1.5	0.031	-1.4	0.42	2.3

node	**mean**	**sd**	**MC error**	**2.5%**	**median**	**97.5%**
sresid[1]	-0.49	0.83	0.018	-2.1	-0.49	1.1
sresid[2]	1.0	0.69	0.017	-0.3	1.0	2.4
sresid[3]	0.013	0.45	0.0086	-0.9	0.017	0.9
sresid[4]	-1.0	0.7	0.018	-2.4	-0.98	0.32
sresid[5]	0.52	0.8	0.016	-1.1	0.52	2.1

8…ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΟΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

8.1. ΕΛΕΓΧΟΣ ΚΑΤΑΛΟΙΠΩΝ

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ (DATA ΜΕ OUTLIER)

node	**mean**	**sd**	**MC error**	**2.5%**	**median**	**97.5%**
resid[1]	-2.0	3.7	0.066	-8.3	-2.0	4.5
resid[2]	3.6	2.4	0.046	-0.69	3.6	8.0
resid[3]	-0.72	2.1	0.04	-4.3	-0.75	2.9
resid[4]	-1.1	3.2	0.051	-5.3	-1.1	3.3
resid[5]	0.53	4.7	0.072	-5.6	0.48	6.8

node	**mean**	**sd**	**MC error**	**2.5%**	**median**	**97.5%**
sresid[1]	-0.73	0.85	0.017	-2.4	-0.74	0.86
sresid[2]	1.3	0.78	0.021	-0.13	1.3	2.9
sresid[3]	-0.28	0.47	0.0067	-1.2	-0.28	0.63
sresid[4]	-0.42	0.58	0.009	-1.6	-0.42	0.72
sresid[5]	0.17	0.77	0.014	-1.4	0.17	1.7

8…ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΟΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

8.2. ΠΡΟΒΛΕΠΟΜΕΝΕΣ ΤΙΜΕΣ ΚΑΙ ΚΑΤΑΛΟΙΠΑ

Εξετάζουμε τις τιμές που αναμένουμε (προβλέπουμε) με βάση το μοντέλο (y_i^{pred})

```
y.pred[i]~dnorm( mu[i], tau)
```

Επίσης εξετάζουμε και τις αποστάσεις των προβλεπόμενων τιμών από τις παρατηρηρούμενες

- Τυποποιημένα Κατάλοιπα (Predicted Standardized Residual):

  $sr_i^{pred} = (y_i - y_i^{pred})/\sqrt{V(y_i)}$

```
sr.pred[i]<-(y[i]-y.pred[i])*sqrt(tau)
```

8…ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΟΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

8.2. ΠΡΟΒΛΕΠΟΜΕΝΕΣ ΤΙΜΕΣ ΚΑΙ ΚΑΤΑΛΟΙΠΑ

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ (DATA ΧΩΡΙΣ OUTLIER)

node	mean	sd	MC error	2.5%	median	97.5%
y.pred[1]	1.4	1.6	0.03	-1.5	1.4	4.3
y.pred[2]	2.2	1.4	0.022	-0.33	2.2	4.8
y.pred[3]	3.0	1.3	0.022	0.31	3.0	5.5
y.pred[4]	3.9	1.4	0.025	1.3	3.8	6.7
y.pred[5]	4.6	1.6	0.026	1.8	4.6	7.6

node	mean	sd	MC error	2.5%	median	97.5%
sr.pred[1]	-0.5	1.3	0.024	-3.1	-0.48	2.1
sr.pred[2]	0.98	1.2	0.02	-1.3	0.97	3.3
sr.pred[3]	0.02	1.1	0.019	-2.1	0.014	2.0
sr.pred[4]	-1.0	1.2	0.022	-3.5	-1.0	1.3
sr.pred[5]	0.49	1.3	0.024	-2.0	0.49	3.0

8…ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΟΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

8.2. ΠΡΟΒΛΕΠΟΜΕΝΕΣ ΤΙΜΕΣ ΚΑΙ ΚΑΤΑΛΟΙΠΑ

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ (DATA ME OUTLIER)

node	mean	sd	MC error	2.5%	median	97.5%
y.pred[1]	2.9	5.6	0.1	-7.1	2.9	13.0
y.pred[2]	3.5	4.8	0.077	-5.3	3.5	12.0
y.pred[3]	3.7	4.6	0.075	-5.5	3.8	12.0
y.pred[4]	4.4	5.0	0.088	-4.3	4.3	14.0
y.pred[5]	4.7	5.4	0.09	-5.1	4.6	15.0

node	mean	sd	MC error	2.5%	median	97.5%
sr.pred[1]	-0.72	1.4	0.025	-3.4	-0.71	1.9
sr.pred[2]	1.3	1.2	0.022	-1.1	1.3	3.7
sr.pred[3]	-0.27	1.1	0.019	-2.4	-0.27	1.8
sr.pred[4]	-0.47	1.2	0.02	-2.8	-0.45	1.8
sr.pred[5]	0.13	1.3	0.023	-2.3	0.14	2.6

8…ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΟΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

8.3. ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ

α) Πιθανότητα πιο ακραίας παρατήρησής

(Chance of more extreme observation):

$\min\{P(Y_i<y_i), P(Y_i>y_i)\}$

```
Y.rep[i]<-dnorm(mu[i],tau)
p.smaller[i]<-step(y[i]-Y.rep[i])
```

Υπολογίζουμε τον εκ-των-υστερων μέσο του p.smaller {E(p.smaller|y)} και μετα παίρνουμε το PMEO= min { E(p.smaller|y), 1-E(p.smaller|y) }.

Αν αυτό είναι μικρό τότε σημαίνει ότι τα δεδομένα είναι συστηματικά μακριά από τις προβλεπόμενες τιμές του μοντέλου.

8…ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΟΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

8.3. ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ

α) Πιθανότητα πιο ακραίας παρατήρησής

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

	DATA ΧΩΡΙΣ OUTLIER		DATA ΜΕ OUTLIER	
node	**mean**	**PMEO**	**mean**	**PMEO**
p.smaller[1]	0.36	0.36	0.30	0.30
p.smaller[2]	0.8	0.20	0.85	0.15
p.smaller[3]	0.5	0.50	0.40	0.40
p.smaller[4]	0.2	0.20	0.35	0.35
p.smaller[5]	0.65	0.35	0.54	0.44

8…ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΟΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

8.3. ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ

β) Εκ-των-υστέρων Επίπεδα Σημαντικότητας (Posterior p-values)

Η λογική είναι η εξής:

- Φτιάχνουμε μια συνάρτηση των δεδομένων $T(\underline{y})$ που ελέγχει μια υπόθεση.
- Με τον ίδιο τρόπο μπορούμε να βρούμε και την κατανομή του $T(y)$ αν ισχύει το μοντέλο μας (δηλαδή να βασιστεί στις προβλεπόμενες τιμές $\underline{y}^{pred}$).
- Η σύγκριση των $T(\underline{y})$ και $T(\underline{y}^{pred})$ μας δίνει τα posterior p-values δηλαδή

Posterior P-value = $P(\, T(\underline{y}) < T(\underline{y}^{pred})\,)$

8…ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΟΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

8.3. ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ

β) Εκ-των-υστέρων Επίπεδα Σημαντικότητας (Posterior p-values)

- Οι συναρτήσεις ελέγχου μπόρουν να γενικευτούν και να περιλαμβάνουν και παραμέτρους δηλαδή

Posterior P-value = $P(T(\underline{y}, \underline{\theta}) < T(\underline{y}^{pred}, \underline{\theta}))$

8…ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΟΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

8.3. ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ

β) Εκ-των-υστέρων Επίπεδα Σημαντικότητας (Posterior p-values)

- **ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ**: ΕΛΕΓΧΟΣ ΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ

- **$T(\underline{y}, \underline{\theta}) = \Sigma(y_i-\mu_i)^3$**

```
sresid.pred[i]<-(y.pred[i]-mu[i])*sqrt(tau)
sresid3[i]<-pow( sresid[i] , 3 )
sresid3.pred[i]<-pow( sresid.pred[i] , 3 )
skew.obs<-mean(sresid3[])
skew.pred<-mean(sresid3.pred[])
pval.pred<-step(skew.pred-skew.obs)
```

8…ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΟΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

8.3. ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ

β) Εκ-των-υστέρων Επίπεδα Σημαντικότητας (Posterior p-values)

- **ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ**

$Y_2=2$

node	mean	sd	MC error	2.5%	median	97.5%
pval.pred	0.5018	0.5	0.005355	0.0	1.0	1.0
skew.obs	-0.01484	1.543	0.01706	-3.252	-0.011	3.296
skew.pred	-0.01527	1.768	0.01759	-3.918	-0.01252	3.728

$Y_2=7$

node	mean	sd	MC error	2.5%	median	97.5%
pval.pred	0.4222	0.4939	0.005451	0.0	0.0	1.0
skew.obs	0.4449	1.834	0.02173	-2.883	0.2151	4.781
skew.pred	-0.01527	1.768	0.01759	-3.918	-0.01252	3.728

$Y_2=10000$

node	mean	sd	MC error	2.5%	median	97.5%
pval.pred	0.1577	0.3645	0.003941	0.0	0.0	1.0
skew.obs	2.089	2.119	0.01967	0.09692	1.439	7.821
skew.pred	-0.01527	1.768	0.01759	-3.918	-0.01252	3.728

8…ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΟΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

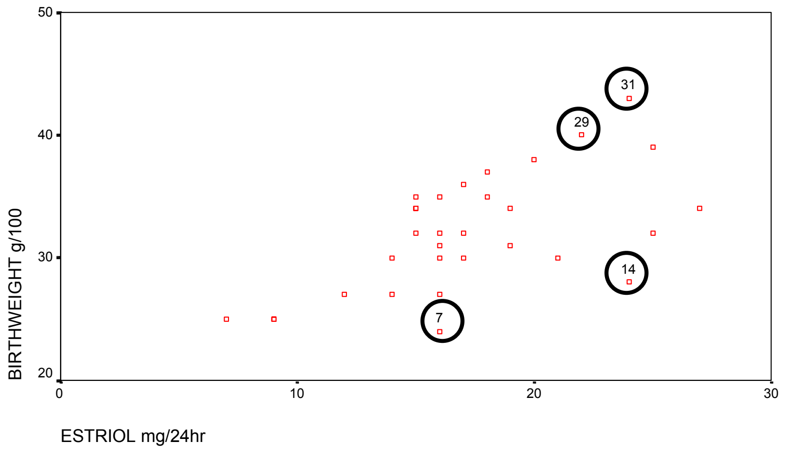
8.3. ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΟ estriol.dat

node	Mean p.smaller	PMOE	Mean st.res.
p.smaller[31]	0.9509	0.0491	1.792
p.smaller[29]	0.9030	0.0970	1.327
p.smaller[27]	0.8720	0.1280	1.177
p.smaller[22]	0.8623	0.1377	1.130
p.smaller[28]	0.8576	0.1424	1.122
p.smaller[13]	0.1416	0.1416	-1.115
p.smaller[6]	0.1388	0.1388	-1.107
p.smaller[18]	0.1250	0.1250	-1.226
p.smaller[7]	0.0358	0.0358	-1.887
p.smaller[14]	0.0267	0.0267	-2.108

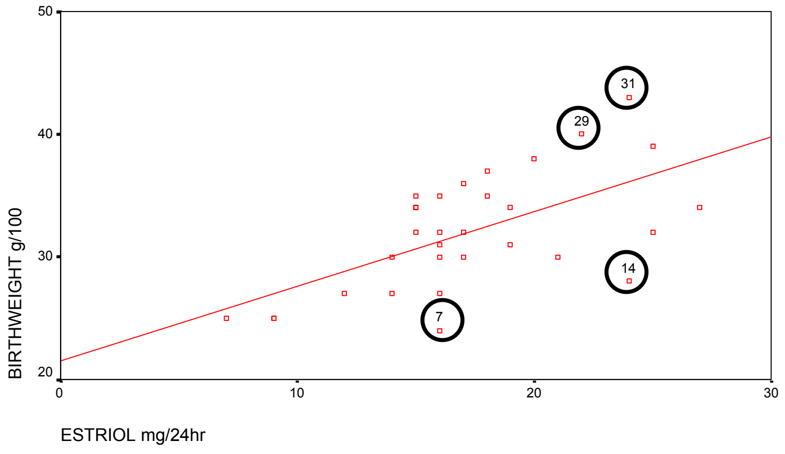
8…ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΟΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

8.3. ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ



8…ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΟΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

8.3. ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ



8…ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΟΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

8.3. ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΑΠΟ ΤΟ estriol.dat

node	mean	sd	MC error	2.5%	median	97.5%
pval.pred	0.6041	0.489	0.004522	0.0	1.0	1.0
skew.obs	-0.2509	0.6361	0.006642	-1.59	-0.2214	0.9583
skew.pred	-0.003227	0.6939	0.007235	-1.428	-0.005572	1.413

8…ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΟΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

8.3. ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ

γ) ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΑ ΤΩΝ IBRAHIM + LAUD

- $L_m^2 = \Sigma (y_i^{pred} - y_i)^2$
- $M_m = f(\underline{y}^{pred} | \underline{y}, \underline{\theta})$ εκ-των-υστέρων πιθάνότητα εμφάνισης των $\underline{y}^{pred}$
  $E(M_m | \underline{y})$ = Posterior Bayes Factor (Aitkin, 1991)
- $M_m^{-1/n}$ = μετριέται σε ίδιες μονάδες με τα y

ΜΕΙΟΝΕΚΤΗΜΑΤΑ

- M_m δεν μπορεί να υπολογιστεί εύκολα λόγω μεγάλων ή μικρών τιμών
- Δεν λαμβάνει υπόψη του τον αριθμό των παραμέτρων του κάθε μοντέλου.

8…ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΟΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

8.3. ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ

γ) ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΑ ΤΩΝ IBRAHIM + LAUD

```
# model 1
   birth.pred[i]~dnorm( mu[i], tau )
   loglike1.pred[i]<- -0.5*log(2*pi)+0.5*log(tau)-
        0.5*pow( birth.pred[i]-mu[i],2 )*tau
   like1[i]<- exp( loglike1[i] )
#  model 0
   birth0.pred[i]~dnorm( mu0[i], tau0 )
   loglike0.pred[i]<- -0.5*log(2*pi)+0.5*log(tau0)-
        0.5*pow( birth0.pred[i]-mu0[i],2 )*tau0
   like0[i]<- exp( loglike0[i] )
#  Lm criterion
     Lm1<- sum( ss1[] );  Lm0<- sum( ss0[] )
#
#  Mm criterion
#  Mm1<-exp( Lm1 ); Mm0<-exp( Lm0 )
#
   Mm1.star<-exp( -Lm1/n ); Mm0.star<-exp( -Lm0/n )
```

8…ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΟΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

8.3. ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΑ ΜΕΤΡΑ ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΩΝ ΤΙΜΩΝ

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ(estriol.dat)

node	mean	sd	MC error	2.5%	median	97.5%
Lm0	1451.0	396.0	5.536	832.1	1401.0	2371.0
Lm1	942.9	264.2	3.793	535.5	905.9	1576.0
Mm0	1.035E-36	1.0E-10	1.414E-12	0.0	7.254E-41	1.415E-36
Mm0.star	20.28	3.906	0.05565	14.35	19.72	29.53
Mm1	1.185E-33	1.0E-10	1.414E-12	2.382E-43	4.773E-38	1.606E-33
Mm1.star	16.39	3.128	0.04665	11.44	15.99	23.71

8…ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΟΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

8.4. Προβλεπτικά Μέτρα Παράλληλης Δειγματολειψίας

(Parallel Sampling Predictive Measures)

- **Στα παραπάνω μέτρα τρέχουμε τη αλυσίδα του κάθε μοντέλου και συγκρίνουμε στο τέλους τους μέσους των μέτρων τους (AIC_m, BIC_m, L_m, M_m)**
- Στη σύγκριση με παράλληλες αλυσίδες τρέχουμε όλα τα μοντέλα μαζί και συγρκίνουμε τα μέτρα με διαφορές (π.χ. $\Delta AIC=AIC_1-AIC_0$) και πιθανότητες επικράτησης (π.χ. $P(AIC_1>AIC_0)$).

8…ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΟΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

8.4. Προβλεπτικά Μέτρα Παράλληλης Δειγματολειψίας

(Parallel Sampling Predictive Measures) # parallel differences

```
DBIC10<- BIC0-BIC1
DAIC10<- AIC0-AIC1
diff[1]<-DAIC10
diff[2]<-DBIC10
diff[3]<- Lm0-Lm1
diff[4]<-Mm1-Mm0
diff[5]<-Mm0.star-Mm1.star
PBF<-Mm1/Mm0
PBFn<-Mm0.star/Mm1.star
# parallel probabilities
for (i in 1:5){ prob[i]<-step(diff[i]) }
```

8…ΠΡΟΒΛΕΠΤΙΚΟΙ ΔΙΑΓΝΩΣΤΙΚΟΙ ΕΛΕΓΧΟΙ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

8.4. Προβλεπτικά Μέτρα Πάραλληλης Δειγματολειψίας

(Parallel Sampling Predictive Measures)

ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ (estriol.dat)

node		mean	sd	MC error	2.5%	median	97.5%
PBF	Post.BF	1.067E+12	4.445E+13	6.202E+11	1.062E-4	772.0	5.358E+9
PBFn		1.28	0.3432	0.005331	0.7444	1.239	2.06
diff[1]	AIC	11.29	3.277	0.04846	4.078	11.47	17.95
diff[2]	BIC	9.854	3.277	0.04846	2.644	10.03	16.52
diff[3]	Lm	508.0	477.7	6.617	-364.8	483.3	1528.0
diff[4]	Mm	1.184E-33	1.0E-10	1.414E-12	-8.809E-37	3.394E-38	1.606E-33
diff[5]	Mm.star	3.886	5.025	0.07427	-5.609	3.785	14.31
prob[1]	AIC	0.9964	0.05989	8.406E-4	1.0	1.0	1.0
prob[2]	BIC	0.9922	0.08797	0.001298	1.0	1.0	1.0
prob[3]	Lm	0.8694	0.337	0.005005	0.0	1.0	1.0
prob[4]	Mm	0.794	0.4044	0.006368	0.0	1.0	1.0
prob[5]	Mm.star	0.794	0.4044	0.006368	0.0	1.0	1.0

9…ΜΠΕΫΖΙΑΝΗ ΕΠΙΛΟΓΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΜΕ ΤΟ WINBUGS

9.1. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΣΕ 2Χ2Χ2 ΠΙΝΑΚΑ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ

- Δεδομένα από το βιβλίο του Healy (1988).
- Μεταβλητή Α = Κατάσταση Ασθενή (περισσότερο ή λιγότερο σοβαρή),
- Μεταβλητή Β = Θεραπεία Αντιτοξίνης (Ναι/Όχι)
- Μεταβλητή C (μεταβλητή απόκρισης) = Επιβίωση Ασθενή (Ναι/Όχι).
- Χρησιμοποιούμε Λογιστική Παλινδρόμιση
- Λεπτομέρειες μπορείτε να βρείτε στις δημοσιεύσεις Dellaportas et al. (2000, BGLM).
- Επιπλέον παραδείγματα με επιλογή μεταβλητών στο BUGS μπορείτε να βρείτε στη δημοσίευση Ntzoufras (2002, JSS).
- Για ένα απλό έλεγχο υποθέσεων και σύγκριση κατανομών μπορείτε να δείτε τη δημοσίευση Katsis and Ntzoufras (2004, TR).

9…ΜΠΕΫΖΙΑΝΗ ΕΠΙΛΟΓΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΜΕ ΤΟ WINBUGS

9.1. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΣΕ 2Χ2Χ2 ΠΙΝΑΚΑ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ

		ΕΠΙΒΙΩΣΗ(C)	
Κατάσταση (Α)	**Αντιτοξίνη(Β)**	**Όχι**	**Ναι**
Σοβαρή	**Ναι**	15	6
	Όχι	22	4
Λιγ.Σοβαρή	**Ναι**	5	15
	Όχι	7	5

9…ΜΠΕΫΖΙΑΝΗ ΕΠΙΛΟΓΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΜΕ ΤΟ WINBUGS

9.1. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΣΕ 2Χ2Χ2 ΠΙΝΑΚΑ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ

- Μεταβλητή Απόκρισης: C = Επιβίωση

Ανεξάρτητες Μεταβλητές

- Μεταβλητή Α = Κατάσταση Ασθενή
- Μεταβλητή Β = Θεραπεία Αντιτοξίνη
- Αλληλεπίδραση ΑΒ (interaction term)= Condition*Antitoxin

Μοντέλα ύπο διερεύνηση

- Μοντέλο 1: AB = 1+A+B+AB
- Μοντέλο 2: A+B = 1+A+B
- Μοντέλο 3: A = 1+A
- Μοντέλο 4: B = 1+B
- Μοντέλο 5: μηδενικό ή σταθερό (null/ constant)= 1

9…ΜΠΕΫΖΙΑΝΗ ΕΠΙΛΟΓΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΜΕ ΤΟ WINBUGS

9.1. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΣΕ 2Χ2Χ2 ΠΙΝΑΚΑ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ

Εκ-των-Προτέρων Κατανομές

- Εκ-των-προτέρων διακύμανση= 4 X 2
- Εκ-των-προτέρων πιθανότητα κάθε μοντέλου $f(\gamma_A, \gamma_B, \gamma_{AB})=1/5$:

  $f(\gamma_A, \gamma_B, \gamma_{AB})= f(\gamma_{AB})\, f(\gamma_A \mid \gamma_{AB})\, f(\gamma_B \mid \gamma_{AB})$

9…ΜΠΕΫΖΙΑΝΗ ΕΠΙΛΟΓΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΜΕ ΤΟ WINBUGS

9.1. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΣΕ 2Χ2Χ2 ΠΙΝΑΚΑ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ

Εκ-των-Προτέρων Κατανομές

$f(\gamma_A, \gamma_B, \gamma_{AB})= f(\gamma_{AB})\, f(\gamma_A \mid \gamma_{AB})\, f(\gamma_B \mid \gamma_{AB})$

$\gamma_{AB} \sim \text{Bernoulli}(1/5)$

$\gamma_A \mid \gamma_{AB} \sim \text{Bernoulli}(p_A)$
$p_A=0.5(1-\gamma_{AB}) + \gamma_{AB}$
δηλαδή $p_A=1$ αν $\gamma_{AB}=1$ και $p_A=0.5$ αν $\gamma_{AB}=0$

Όμοια για την $f(\gamma_B \mid \gamma_{AB})$
$\gamma_B \mid \gamma_{AB} \sim \text{Bernoulli}(p_B)$
$p_B=0.5(1-\gamma_{AB}) + \gamma_{AB}$

9…ΜΠΕΫΖΙΑΝΗ ΕΠΙΛΟΓΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΜΕ ΤΟ WINBUGS

9.1. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΣΕ 2Χ2Χ2 ΠΙΝΑΚΑ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ

DATA IN WINBUGS

```
r[] n[] x[,1] x[,2] x[,3] x[,4]
 5 12 1 -1   -1   1
 4 26 1  1   -1  -1
15 20 1 -1    1  -1
 6 21 1  1    1   1
```

9…ΜΠΕΫΖΙΑΝΗ ΕΠΙΛΟΓΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΜΕ ΤΟ WINBUGS

9.1. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΣΕ 2Χ2Χ2 ΠΙΝΑΚΑ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ

Κώδικα WINBUGS για την Επιλογή Μεταβλητών με τον Δειγματολείπτη Gibbs (Gibbs Variable Selection - GVS)

Το μοντέλο

```
for (i in 1:N) {
    r[i]~dbin(p[i],n[i]);
    logit(p[i])<-b[1] +  x[i,2]* g[2]* b[2]
                      +  x[i,3]* g[3]* b[3]
                      +  x[i,4]* g[4]* b[4];
  }
```

9…ΜΠΕΫΖΙΑΝΗ ΕΠΙΛΟΓΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΜΕ ΤΟ WINBUGS

9.1. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΣΕ 2Χ2Χ2 ΠΙΝΑΚΑ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ

Η εκ-των-προτέρων κατανομές

```
b[1]~dnorm(0.0,0.0001); }
for (i in 2:N) {
  tau[i]<-g[i]/8+(1-g[i])/(se[i]*se[i]);
  bpriorm[i]<-mean[i]*(1-g[i]);
  b[i]~dnorm(bpriorm[i],tau[i]); }
```

	PROPOSAL/ PSEUDOPRIOR	PRIOR
	g[i]=0	g[i]=1
bpriorm[i]	mean[i]	0.0
tau[i]	$1/se[i]^2$	1/8

9…ΜΠΕΫΖΙΑΝΗ ΕΠΙΛΟΓΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΜΕ ΤΟ WINBUGS

9.1. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΣΕ 2Χ2Χ2 ΠΙΝΑΚΑ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ

Η εκ-των-προτέρων κατανομές

	PROPOSAL/ PSEUDOPRIOR	PRIOR
	g[i]=0	g[i]=1
bpriorm[i]	mean[i]	0.0
tau[i]	$1/se[i]^2$	1/8

mean[i] και se[i] υπολογίζονται από την posterior του πλήρες μοντέλου AB.

9…ΜΠΕΫΖΙΑΝΗ ΕΠΙΛΟΓΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΜΕ ΤΟ WINBUGS

9.1. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΣΕ 2Χ2Χ2 ΠΙΝΑΚΑ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ

Η εκ-των-προτέρων πιθανότητες των μοντέλων

g[]: διάνυσμα με 4 στοιχεία (όσα και οι παράμετροι/όροι του μοντέλου

ΚΩΔΙΚΑΣ

```
for (i in 1:4){ g[i]~dbern(pi[i]) }
pi[1]<- 1.0
pi[2]<- 0.5*(1-g[4])+g[4]
pi[3]<- 0.5*(1-g[4])+g[4]
pi[4]<- 0.20
```

9…ΜΠΕΫΖΙΑΝΗ ΕΠΙΛΟΓΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΜΕ ΤΟ WINBUGS

9.1. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΣΕ 2Χ2Χ2 ΠΙΝΑΚΑ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ

Εκτίμηση των εκ-των-υστέρων πιθανοτήτων των μοντέλων στο WINBUGS

```
#     defining model code
#     0 for  constant, 1 for [A], 2 for [B], 3 for [A][B],
#     6 for [AB]
#
      mdl<-g[2]+2*g[3]+3*g[4];
      pmdl[1]<-equals(mdl,0)
      pmdl[2]<-equals(mdl,1)
      pmdl[3]<-equals(mdl,2)
      pmdl[4]<-equals(mdl,3)
      pmdl[5]<-equals(mdl,6)
```

9…ΜΠΕΫΖΙΑΝΗ ΕΠΙΛΟΓΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΜΕ ΤΟ WINBUGS

9.1. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΣΕ 2Χ2Χ2 ΠΙΝΑΚΑ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ

1… Τρέχουμε το πλήρες μοντέλο θέτοντας

node	mean	sd	MC error	2.5%	median	97.5%
b[1]	-0.4889	0.2823	0.008722	-1.039	-0.4786	0.07779
b[2]	-0.8919	0.2798	0.009499	-1.446	-0.8926	-0.3501
b[3]	0.5866	0.2824	0.009441	0.06599	0.5809	1.15
b[4]	-0.1773	0.272	0.008021	-0.6896	-0.1754	0.3716

θετουμε mean[i] και se[i] τις παραπάνω τιμές.

9…ΜΠΕΫΖΙΑΝΗ ΕΠΙΛΟΓΗ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ ΜΕ ΤΟ WINBUGS

9.1. ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΣΕ 2Χ2Χ2 ΠΙΝΑΚΑ ΣΥΝΑΦΕΙΑΣ

2… Τρέχουμε το GVS (5000+10000 iterations)

node		mean	sd	MC error	2.5%	median	97.5%
b[1]		-0.4526	0.2656	0.002836	-0.9756	-0.4486	0.05737
b[2]		-0.9166	0.263	0.002535	-1.44	-0.9135	-0.4159
b[3]		0.5823	0.2759	0.002749	0.05192	0.5811	1.128
b[4]		-0.1748	0.2736	0.00251	-0.7112	-0.1759	0.369
g[1]		1.0	0.0	1.0E-12	1.0	1.0	1.0
g[2]	A	0.9837	0.1266	0.001383	1.0	1.0	1.0
g[3]	B	0.501	0.5	0.004707	0.0	1.0	1.0
g[4]		0.0496	0.2171	0.002251	0.0	0.0	1.0
pmdl[1]		0.0045	0.06693	7.437E-4	0.0	0.0	0.0
pmdl[2]		0.4945	0.5	0.004804	0.0	0.0	1.0
pmdl[3]		0.0118	0.108	0.00114	0.0	0.0	0.0
pmdl[4]		0.4396	0.4963	0.004209	0.0	0.0	1.0
pmdl[5]		0.0496	0.2171	0.002251	0.0	0.0	1.0

Model A+B Model A

10…ΕΠΙΛΟΓΗ ΜΟΝΤΕΛΩΝ

Ανοικτό θέμα

Η Μπεϋζιανή προσέγγιση δίνει λύσεις αλλά έχει (ακόμα) προβλήματα

Υπάρχουν αρκετές άλλες προσεγγίσεις τις οποίες δεν καλύψαμε.

Bayesian Biostatistics Using BUGS

ΤΕΛΟΣ ΤΕΤΑΡΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ

E-mail: ntzoufras@aueb.gr

Department of Statistics,
Athens University of
Economics & Business